NOVEMBER/DECEMBER 2024

FMA52/CMA52/BMA52 — REAL ANALYSIS - I

ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define inverse function.
நேர்மாறு சார்பை வரையறு.

2. Define countable set.
கணக்கிடத்தக்க கணத்தை வரையறு.

3. Define bounded below and above.
கீழ்சார்பு மற்றும் மேல்சார்பு வரையறு.

4. Define $\lim_{n\to\infty} \sup sn = -\infty$

$\lim_{n\to\infty} \sup sn = \infty$

வரையறு $\lim_{n\to\infty} \sup sn = -\infty$

$\lim_{n\to\infty} \sup sn = \infty$

5. Define n^{th} partial sum of the series.
n^{th} தொடரின் பகுதி தொகை வரையறு.

13. (a) Prove that $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \infty$ if $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \infty$ and if $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_n|}{|b_n|}$ exists.

$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \infty$ மற்றும் $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_n|}{|b_n|}$ இருந்தால் $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \infty$ என நிரூபி.

Or

(b) Prove that $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converges if $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converges absolutely.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ முற்றிலும் ஒருங்கிணைந்த தொடர் எனில் $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ஒருங்கிணைவு என நிரூபி.

14. (a) State and prove Abells lemma.

அபெல்ஸ் லெம்மா தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

Or

(b) If $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ is a non increasing sequence of positive numbers and if $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n a_2$ converges prove that $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converges.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ ஒரு அதிகரிக்காத நேர்மறை எண்களின் வரிசை மற்றும் $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n a_2$ ன் ஒருங்கிணைவு எனில் $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ன் ஒருங்கிணைவு உடையது என நிரூபி.

15. (a) Prove that in any metric space $\langle M, \rho \rangle$ both M and empty set ϕ are open sets.

$\langle M, \rho \rangle$ மற்றும் M என்பது மெட்ரிக் வெளியில் இரண்டும் உள்ளது. மேலும் வெற்றுக் கணம் ϕ என்பது திறந்தவெளி கணம் என நிரூபி.

Or

(b) Prove that $E = \overline{E}$ if E is any subset of a metric space M.

E என்பது M ன் மெட்ரிக் வெளியில் ஏதேனும் ஒரு உட்கணம் எனில் $E = \overline{E}$ என நிரூபி.